

El concepto de cero en la literatura académica y los textos escolares chilenos: un estudio comparativo basado en la teoría antropológica de lo didáctico

Juan Guillermo Muñoz Tapia

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO,
UNIVERSIDAD DE ACONCAGUA, CHILE
JUAN.MUNOZ@UAC.CL

Resumen

El concepto de cero ha sido, históricamente, objeto de debate en torno a su definición, estatus ontológico y funciones matemáticas. Este estudio presenta un análisis comparativo entre la conceptualización del cero en la literatura académica especializada y su representación en los textos escolares de enseñanza media aprobados por el Ministerio de Educación de Chile. Bajo un paradigma hermenéutico-interpretativo, con enfoque cualitativo y diseño descriptivo-comparativo, la investigación aplica una revisión sistematizada de la literatura y un análisis textual de los libros de primero medio distribuidos a nivel nacional. El marco teórico se fundamenta en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), lo que permite contrastar praxeologías académicas con escolares. Los hallazgos evidencian una transposición didáctica que simplifica la riqueza epistemológica del concepto, omitiendo su contexto histórico y reduciendo el cero a un elemento meramente operativo. Esta simplificación limita la comprensión del cero como construcción cultural y matemática. La

discusión destaca las implicancias para la enseñanza de las matemáticas y la formación docente, subrayando la necesidad de integrar dimensiones epistemológicas e históricas en los currículos escolares para fomentar una comprensión conceptual más profunda y evitar la persistencia de errores conceptuales asociados al cero.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, investigación educativa, profesión docente.

1. Introducción

El cero es un pilar del pensamiento matemático por su papel estructurante en la numeración y el álgebra. Ha sido interpretado como valor posicional, ausencia y elemento neutro. D'Amore y Fandiño destacan tres acepciones —ordinal, cardinal y cifra— que reflejan su valor epistemológico (1). En Chile, su presentación en textos escolares condiciona su comprensión (2). La literatura enfatiza una enseñanza coherente del concepto (3,4,2), mientras Henríquez y Muñoz vinculan las bajas competencias matemáticas con vacíos conceptuales (5). Su complejidad didáctica y simbólica exige estrategias que integren significado, rigor y cultura, evitando concepciones erróneas recurrentes (6–10).

Una evolución epistemológica del cero

El desarrollo histórico del cero no ha sido lineal ni homogéneo. Más bien, constituye una construcción cultural y epistemológica en la que distintas civilizaciones aportaron interpretaciones acordes a sus propios horizontes de sentido. Desde su uso como marcador de posición en la Babilonia del 300 a.C., pasando por su formalización aritmética en la India del siglo VII por Brahmagupta (11), hasta su difusión en el mundo islámico por Al-Juarismi (12), el cero se transformó en un concepto revolucionario que modificó la manera de pensar las matemáticas. En Europa, su aceptación fue lenta: rechazado inicialmente por razones filosóficas y teológicas, solo alcanzó legitimidad con Fibonacci y su *Liber Abaci* en el siglo XIII (13). Posteriormente, el Renacimiento reconoció su utilidad en la contabilidad y la astronomía (14,15). En

América precolombina, los mayas, incas y pueblos andinos como los aymara y mapuche desarrollaron representaciones propias del cero como ausencia o vacío (16). Este recorrido muestra que el cero es tanto un descubrimiento matemático como una construcción cultural y simbólica. “Investigaciones recientes en educación matemática han enfatizado la importancia de incorporar dimensiones históricas y epistemológicas en la enseñanza de los números (15,31,30). Estos aportes actualizan el debate sobre la alfabetización matemática y justifican el interés de este estudio.”

El marco curricular chileno y los desafíos didácticos

En Chile, la Ley General de Educación (LGE, 2009) y las Bases Curriculares del Ministerio de Educación (23,24) establecen el marco que orienta la enseñanza de las matemáticas en cuatro ejes: Números; Patrones, Álgebra y Funciones; Geometría; y Tratamiento de Datos. El concepto de cero se integra progresivamente en estos ejes, buscando que los estudiantes desarrollen una comprensión funcional y transferible. No obstante, persisten dificultades en torno a su interpretación en contextos específicos, como la división por cero o su papel en las funciones. Estas tensiones sugieren la necesidad de estrategias pedagógicas que combinen representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, facilitando una comprensión más profunda del significado del cero (23).

Perspectivas teóricas: la Teoría Antropológica de lo Didáctico

Entendiendo que se busca hacer un contraste entre lo que menciona la literatura académica con cómo es mencionado el cero en los libros licitados por el estado. Se requiere de un fundamento teórico para hacer este contraste y esta es la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Se apoya en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), que entiende la enseñanza de las matemáticas como una práctica institucional y cultural (25). Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático se transforma en el proceso de su transmisión desde el saber

sabio hasta el saber enseñado, a través de la transposición didáctica (26). Este proceso, mediado por decisiones curriculares y pedagógicas, puede generar simplificaciones o distorsiones conceptuales, por lo que la vigilancia epistemológica actúa como un mecanismo crítico para asegurar la fidelidad del contenido durante su adaptación escolar.

Uno de los aportes centrales de la TAD es la noción de praxeología matemática, que organiza la actividad en cuatro componentes: tarea (T), técnica (τ), tecnología (θ) y teoría (Θ). Esta estructura permite analizar cómo se enseña y justifica el conocimiento en el aula (27,28). En el caso del cero, por ejemplo, la tarea de demostrar que $a + 0 = a$ implica una técnica algorítmica, una tecnología que la explica (propiedad del elemento neutro) y una teoría que la fundamenta (axiomas de los números reales). Estas relaciones revelan cómo los saberes se estructuran y legitiman institucionalmente.

Las praxeologías locales —como el uso del cero en la suma o en ecuaciones— pueden articularse en praxeologías regionales o globales, integrando distintos enfoques (aritmético, algebraico o geométrico) y generando una comprensión transversal del concepto. Este análisis permite evaluar la coherencia entre el saber académico y su representación en los textos escolares.

2. Metodología

El concepto enfoque epistemológico y diseño

Este estudio se inscribe en el paradigma hermenéutico-interpretativo, orientado a comprender, interpretar y analizar en profundidad el contraste entre la conceptualización del cero en la literatura académica y su tratamiento en los textos escolares de primero medio distribuidos por el Ministerio de Educación de Chile. En términos gadamerianos, la hermenéutica permite desentrañar significados situados en textos y prácticas discursivas a la luz de su contexto histórico y cultural (29). La elección de este diseño responde a la naturaleza cualitativa del fenómeno estudiado, donde el interés radica en comprender significados y no en medir variables. La selección del paradigma hermenéutico se justifica por su capacidad para analizar las prácticas

discursivas y representaciones del conocimiento matemático. Los criterios de selección de la muestra se basaron en la pertinencia teórica, actualidad de las fuentes (2019–2024) y relevancia epistemológica en torno al concepto de cero. Esta delimitación permitió asegurar saturación temática y representatividad conceptual,

Esta orientación se articula con un diseño descriptivo-interpretativo, el cual combina la descripción densa del fenómeno con una interpretación teóricamente informada, posibilitando construir entendimientos contextualizados sobre cómo el cero es definido, justificado y enseñado (30).

Coherente con este posicionamiento, el enfoque cualitativo orienta el análisis de las definiciones, justificaciones y usos del concepto de cero en fuentes textuales. El propósito no es la medición cuantitativa, sino la comprensión profunda de significados, interpretaciones y contextos (31).

El diseño descriptivo-interpretativo se operacionaliza mediante una matriz comparativa, que permite categorizar las diferentes formas en que el cero es presentado y situar cada formulación en una categoría epistemológica explícita. Este procedimiento fortalece la trazabilidad y la coherencia del análisis interpretativo, de acuerdo con lo propuesto por Bolea (32).

Marco analítico: TAD y praxeologías

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard estructura el dispositivo analítico. La praxeología T , τ , θ , Θ orienta la lectura de los materiales:

- T (tipos de tareas) donde interviene el cero (p. ej., $a + 0 = a$, $0 \times = 0$, interpretación de ceros en funciones, división por cero).
- τ (técnicas) propuestas o asumidas para resolver dichas tareas.
- θ (tecnologías) como discursos justificativos que explican por qué tales técnicas son válidas (propiedad de elemento neutro, reglas del sistema decimal, etc.).
- Θ (teorías) que fundamentan las tecnologías (axiomática de los números reales, álgebra elemental, historia de la matemática).

Desde esta base, la Transposición Didáctica y la Vigilancia Epistemológica Chevallard (25–28) guían la identificación de simplificaciones, omisiones o desplazamientos entre el saber sabio (literatura especializada) y el saber enseñado (texto escolar), resguardando la fidelidad epistemológica del concepto.

Población y muestra

Siguiendo la definición de Hernández Sampieri et al. (33), la población comprende producciones académicas sobre la definición o construcción del cero —artículos, tesis y capítulos— en bases indexadas y de acceso abierto. La muestra fue intencional y teóricamente relevante donde fue seleccionados 100 artículos, con enfoques histórico, filosófico, pedagógico y matemático. Se aplicó una búsqueda sistematizada en Scopus, WoS, SciELO y Dialnet (2019–2024) con filtros por idioma y tipo documental, alcanzando saturación temática tras depuración teórica. Complementariamente, se analizó los 4 texto escolar de matemáticas de primero a cuarto medio del MINEDUC (22,23), considerado caso instrumental según Stake (30), para contrastar literatura y práctica escolar.

Procedimiento de búsqueda y sistematización

La revisión bibliográfica se condujo como revisión sistematizada (no meta-análisis), documentando estrategias de búsqueda, filtros, fechas y decisiones de inclusión/exclusión. Criterios de inclusión: (i) pertinencia directa al concepto de cero (definición, historia, funciones, enseñanza); (ii) marco argumental explícito (histórico-epistemológico, didáctico, matemático); (iii) texto completo disponible; (iv) idiomas inglés o español; (v) prioridad a revistas indexadas y editoriales académicas. Exclusiones: duplicados, referencias tangenciales donde el cero no es foco, notas sin revisión académica, y piezas sin trazabilidad metodológica.

Las referencias y metadatos se gestionaron en Zotero; la normalización y comprobación de duplicados se realizó con Jupyter Notebook y RStudio (limpieza de campos, desambiguación, etiquetado por categoría epistemológica).

Instrumento y validez de contenido

El instrumento central fue una matriz analítica de elaboración propia, fundamentada en la TAD, que compara (i) la praxeología académica del cero (definiciones, funciones, contextos históricos-epistemológicos) con (ii) la praxeología escolar explícita en el texto de primero medio. La matriz registra para cada fuente: (a) tipo de tarea (T), (b) técnicas (τ) propuestas o supuestas, (c) tecnologías (θ) que justifican las técnicas (propiedades, argumentos), (d) teorías (Θ) de referencia; además, (e) marcas de transposición (simplificación, omisión, desplazamiento), y (f) nivel de explicitación histórica/epistemológica.

La validez de contenido se aseguró mediante juicio de expertos: tres validadores con doctorado en Educación revisaron la matriz, sugiriendo ajustes menores (clarificación de descriptores, ejemplo de codificación de θ y Θ , y criterios de nivel de explicitación histórica). Se incorporaron todas las recomendaciones, dejando registro de versionado del instrumento.

Fases del estudio

- Fase 1 — Revisión bibliográfica (OE1). Búsqueda y cribado en Scopus, WoS, SciELO y Dialnet; extracción en planilla; codificación inicial (histórico-epistemológica, didáctica, matemática). Se identificaron teorías, enfoques, funciones del cero y dificultades reportadas.
- Fase 2 — Análisis del texto escolar (OE2). Identificación de unidades de registro: páginas, secciones, tareas y explicaciones donde el cero cumple un rol didáctico. Se delimitaron eventos praxeológicos (p. ej., uso del cero como elemento neutro, como marcador decimal, como origen en la recta numérica).
- Fase 3 — Comparación praxeológica (OE3). Aplicación de la matriz TAD para alinear/contrastar cada unidad escolar que aborda el cero con las praxeologías académicas: concordancias, transposiciones (externa/interna), omisiones de θ o Θ , y reducciones de complejidad.

- Fase 4 — Síntesis y propuestas (OE4). Elaboración de mapas de brechas y sugerencias de mejora curriculares y de texto (incorporar contexto histórico, explicitar propiedades y axiomas vinculados a $a + 0 = a$, diferenciar cero como ausencia vs cero como entidad matemática).

Estrategia analítica

El análisis procedió en tres niveles:

Codificación abierta de fragmentos (definición, función, ejemplo, justificación, referencia histórica).

Agrupación axial por categorías epistemológicas (cero como cifra, cardinal, ordinal; elemento neutro; marcador posicional; punto de referencia geométrico; indeterminaciones y restricciones, p. ej., división por cero).

Relación praxeológica

$T, \tau \leftrightarrow \theta, \Theta$ y detección de transposición (pérdida de θ o Θ , colapso de significados, sobre-procedimentalización).

Se produjo una sintaxis comparativa que permite explicitar dónde el texto escolar conserva el logos del saber y dónde lo empobrece (p. ej., cuando presenta $a + 0 = a$ solo como regla operativa, sin su fundamentación en la identidad aditiva).

Criterios de calidad y rigor

- Para reforzar la credibilidad y consistencia del estudio se utilizaron:
- Triangulación de fuentes (múltiples bases, tipos de documento).
- Auditoría del proceso (bitácora de decisiones, tabla PRISMA simplificada para la revisión sistematizada).
- Revisión por pares internos (co-lectura de codificación en una submuestra).
- Saturación temática como criterio de cierre de la muestra teórica.

- Rastreo de cadena de evidencias: citas textuales y referencias cruzadas entre θ y Θ .

Consideraciones éticas

Dado que el estudio opera sobre materiales de dominio público y bases académicas, no involucra datos personales ni intervención con participantes. Se resguarda el uso justo de contenidos con citación completa y se declara transparencia en los criterios de búsqueda y selección.

Para realizar el contraste entre la definición científica que se da del cero con la definición que dan los textos escolares se creó un marco epistémico de referencia. Esto es, una definición del cero según el autor de este estudio el cual es:

Tabla 1. Título de la definición del marco epistémico de referencia

Definición	Autor	Descripción
Cardinalidad del conjunto vacío	Cantor (34)	Define el cero como la cardinalidad del conjunto vacío ($\emptyset$), un conjunto que no contiene ningún elemento
Valor Posicional	Robson (35); D'Amore y Fandiño (36); Rosset (37); Villamil y Riscanevo (38)	Se refiere a la importancia que tiene un dígito en un número dependiendo de la posición en la que se encuentra dentro de un sistema de numeración posicional
Neutro universal	D'Amore y Fandiño (36); Plotkin (39); Kaplan (40)	Se refiere a su papel en la aritmética y en diversas estructuras matemáticas como el elemento neutro de la adición. Esto significa que, al sumarlo con cualquier número, no altera su valor.
Punto de origen	Alguacil (41)	Se refiere a su papel como punto de referencia en sistemas de coordenadas y en la geometría analítica. En un sistema cartesiano, el origen es el punto (0,0) en dos dimensiones o más.

3. Resultados

El análisis de la literatura permitió identificar la multiplicidad de significados asociados al concepto de cero, superando su comprensión como simple representación de la nada. El cero se configura como valor posicional, punto de referencia y elemento con propiedades matemáticas distintivas en operaciones como la adición y la sustracción. Además, se relaciona estrechamente con el infinito y exhibe un carácter dual, al poseer propiedades reales e imaginarias. En este sentido, su comprensión exige reconocerlo como una construcción epistemológica compleja más que como una mera convención numérica.

El examen de los textos escolares reveló un tratamiento fragmentado y superficial del concepto, centrado en su uso operativo y carente de profundidad teórica, histórica y cultural. Las actividades propuestas presentan baja demanda cognitiva, ausencia de contextualización y una secuencia poco progresiva. La transposición didáctica evidenciada simplifica en exceso las propiedades del cero, lo que puede promover un aprendizaje mecánico y memorístico. Asimismo, la falta de vínculo entre sus distintas funciones genera confusión conceptual. En conjunto, los resultados muestran que la enseñanza del cero en los textos escolares chilenos requiere un enfoque más integral, que articule sus dimensiones epistemológicas, históricas y matemáticas para favorecer una comprensión significativa y crítica del concepto.

4. Conclusiones

El análisis de la literatura especializada evidencia que el origen del cero no responde a un punto histórico único ni a un proceso lineal de definición. Su nacimiento es múltiple y ramificado, producto de desarrollos independientes en distintas civilizaciones que lo concibieron como una respuesta simbólica, matemática y filosófica ante la necesidad de representar la ausencia. Si bien la historiografía europea atribuye su génesis a Babilonia, Egipto o Grecia, las culturas americanas precolombinas también construyeron sistemas matemáticos complejos donde el cero ocupó un papel estructural. Reconocer esta diversidad permite comprender el cero como un descubrimiento o invención colectiva de la humanidad.

Sin embargo, los textos escolares chilenos analizados presentan una visión reduccionista del concepto, centrada en su aplicación operativa y desprovista de su dimensión histórica, epistemológica y cultural. Esta transposición didáctica excesiva diluye su riqueza conceptual, limitando la posibilidad de un aprendizaje significativo. Enseñar el cero sin abordar su multiplicidad de significados implica privar a los estudiantes de una comprensión profunda del pensamiento matemático y de su vínculo con la historia del conocimiento humano. Incorporar perspectivas culturales, metodologías activas y contextos inclusivos constituye un desafío urgente para resignificar la enseñanza del cero en el sistema educativo chileno y latinoamericano.

5. Referencias

- [1] D'Amore B, Fandiño Pinilla MI. *El número cero: Aspectos históricos, epistemológicos, filosóficos, conceptuales y didácticos del número más misterioso*. Bogotá: Editorial Magisterio; 2012.
- [2] Gajardo-Villacura C, Garrido-Cheuquiente Y, Herrera-González C, Díaz-Levicoy D. *Análisis de libros de texto de matemática en educación secundaria: una revisión sistemática*. Rev Chil Educ Cient. 2023;24(1):1–13. Disponible en: <https://revistas.umce.cl/index.php/RChEC/article/view/2464>
- [3] Cisternas T. *La investigación sobre formación docente en Chile: Territorios explorados e inexplorados*. Calidad en la Educación. 2011;(35):5–28.
- [4] Ojeda Silva J. *Un nuevo escenario curricular en la escuela especial chilena: una consulta al profesor/a de educación diferencial*. Rev Saberes Educativos. 2024 jul.
- [5] Henríquez N, Muñoz J. *Post-pandemic diagnosis in geometry knowledge mastery reveals the need for a review and innovation in teaching of technical high schools*. Creative Education. 2024;15:1377–1390. doi:10.4236/ce.2024.157083
- [6] Russell G, Chernoff EJ. *Seeking more than nothing: Two elementary teachers' conceptions of zero*. The Mathematics Enthusiast. 2011;8(1–2):1–20.
- [7] Ball D. *With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics*. The Elementary School Journal. 1993;93(4):373–397. doi:10.1086/461730
- [8] Seminara SA, del Puerto SM, Minnaard CL. *Análisis de los errores: Una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas*. Rev Iberoam Educ. 2006;38(Extra 4).
- [9] Hernández RV. *Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de superficies cuadráticas*. Rev Logos, Ciencia & Tecnología. 2016;8(1):67–80. doi:10.22335/rlct.v8i1.348
- [10] Alguacil de Nicolás M, Boqué Torremorell MC, Pañellas Valls MM. *Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro*. Rev INFAD Psicol Int J Dev Educ Psychol. 2016;1(1):419–430. doi:10.17060/ijdoae.2016.n1.v1.162

- [11] Joseph G. *The crest of the peacock: Non-European roots of mathematics*. 3rd ed. Princeton: Princeton University Press; 2011.
- [12] Oaks J. *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*. Nazariyat Islam Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi. 2017;4:162–165. doi:10.12658/Nazariyat.4.1.D0047en
- [13] Fowler D. *The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction*. Oxford: Oxford University Press; 1999.
- [14] Russell B. *The study of mathematics*. In: *Mysticism and Logic*. London: Routledge; 2025. p. 54–68.
- [15] Demir M. *Preschool teachers' pedagogical knowledge, awareness and perspectives of early childhood mathematics education*. Early Years. 2025;1–17.
- [16] Coe MD, Houston S. *The Maya*. 10th ed. London: Thames & Hudson; 2022.
- [17] Ifrah G. *The universal history of numbers: From prehistory to the invention of the computer*. New York: John Wiley & Sons; 2000.
- [18] Niemi H. *Constructivist approaches in Finnish mathematics education*. Int J Educ Res. 2018;27(3):105–119.
- [19] Brousseau G. *Théorie des situations didactiques dans les mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage; 2017.
- [20] Schumer G. *Mathematics education in Japan*. J Curriculum Studies. 2010;31:399–427. doi:10.1080/002202799183061
- [21] Toh T. *Concrete-pictorial-abstract teaching methods in Singapore*. Educ Innovations Quarterly. 2019;12(4):56–67.
- [22] Ministerio de Educación de Chile. *Bases Curriculares para la Educación Media: Matemáticas*. Santiago: MINEDUC; 2012. Disponible en: www.mineduc.cl
- [23] Ministerio de Educación de Chile. *Bases Curriculares para la Educación Media: Matemáticas*. Santiago: MINEDUC; 2015. Disponible en: www.mineduc.cl
- [24] Chevallard Y. *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné*. Paris: La Pensée Sauvage; 1985.
- [25] Chevallard Y. *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: AIQUE; 1991.
- [26] Chevallard Y. *The didactics of mathematics: its problematics and related research*. Rech Didact Math. 1980;1:146–157.
- [27] Chevallard Y. *L'Analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du Didactique*. Rech Didact Math. 1999.
- [28] Gadamer HG. *Truth and Method*. New York: Continuum; 1975.
- [29] Stake R. *Case study research*. Thousand Oaks (CA): Sage; 1995.
- [30] Kuhn T. *Media Review: The Sage Handbook of Qualitative Research in Organizational Communication*. 2025.
- [31] Bolea EB. *Identificación y análisis de las prácticas creativas e innovadoras en el contexto de la escuela rural: una investigación cualitativa*. REIIT Rev Educ Investig Innov Transfer. 2025;(5):16–39.
- [32] Cantor G. *Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen*. J Reine Angew Math. 1874;77:258–262.
- [33] Robson E. *Mathematics in Ancient Iraq: A Social History*. Princeton: Princeton University Press; 2009.
- [34] Rosset Luna LG. *Cero o no ser: Genealogía del cero*. In: *Filosofía e Historia de la Ciencia en el Cono Sur*. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba; 2015.

- [35] Villamil JS, Riscanevo LE. *Perspectivas históricas y epistemológicas del número cero*. Praxis & Saber. 2020;11(26):e9847. doi:10.19053/22160159.v11.n26.2020.9847
- [36] Plotkin E. *Nikolai Vavilov, mathematics and life*. Eur J Math. 2025;11(3):45.
- [37] Kaplan R. *The nothing that is: A natural history of zero*. Oxford: Oxford University Press; 1999.
- [38] Alguacil de Nicolás M. *Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro*. Rev INFAD Psicol Int J Dev Educ Psychol. 2016;1(1):419–430. doi:10.17060/ijodaep.2016.n1.v1.162

